

## 翼型翼に発達する層流境界層の解析

林 秀千人\*・佐々木 壮 一\*  
児 玉 好 雄\*・清 水 光 昭\*\*

## Investigation of Laminar Boundary Layer on Airfoil

by

Hidechito HAYASHI\*, Souichi SASAKI\*, Yoshio KODAMA\*  
and Mitsuaki SHIMIZU\*\*

The development of the laminar boundary layer on the NACA symmetrical airfoils and the separation of it are simulated by using the boundary layer theory and discrete vortex method. The arrangement of the discrete vortices on the airfoil affects on the separation position very much because the separation is sensitive to the velocity gradient of the main flow. It needs the very small increment  $1/500$  in boundary layer simulation to get the exact position of the separation. The simulation of both methods makes the good results compared with the experiments.

## 1. はじめに

ターボ機械の主構成要素である羽根には、用途に応じてさまざまな形状がある。圧縮機やタービンのような大型で高圧・高速のものは、流体力学的特性が良好で高効率を目指した翼型翼が用いられる。しかしながら、送風機などの小型で低圧・低速のターボ機械では、製作方法や強度・材質の面から平板や板形状の羽根が広く用いられてきた。しかし、このような小型のものにおいても、最近ではさらに小型化を目指して各羽根に今まで以上に負荷がかかってくる。そのために、大型のものと同様に流体力学的特性が良い翼型翼が必要になっている。しかしながら、小型のものは大型のようにレイノルズ数が大きくなく $10^4 \sim 10^5$ 程度で層流と乱流との中間にある遷移領域となることが多い<sup>(1)~(3)</sup>。この場合には、従来のような高レイノルズ数に対する設計<sup>(4)</sup>をそのまま適応することはできない。

著者らの研究によって、このようなレイノルズ数では翼に発達する境界層が多くは層流状態にあることが

定性的に明らかとなった<sup>(5)~(6)</sup>。また、このような層流境界層は非常に不安定であり、はく離が起りやすい。

はく離をとともう層流境界層の計算においては通常は流れ場全体にわたって N-S 方程式をたて、一括して解く方法が用いられる。しかし、その場合に境界層とそのはく離の取り扱いがまだ十分には明らかになっておらず、定量的に満足できる結果を得ることは容易ではない。

そこで、本研究では遷移領域にある比較的高いレイノルズ数の層流境界層が翼面上に発達してはく離する状況をよりの確に把握するために必要な計算上の条件を見出すものである。

計算は比較的簡便な解法である境界層方程式の解法を用いた。この場合に、主流条件を必要とするために、任意形状の物体周りの条件を算出できる離散渦法を用いた。この両者の計算条件がはく離を伴う境界層のシミュレーションに及ぼす影響を吟味した。

1999年 4月23日受理

\*機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

\*\*大学院修士課程機械システム工学専攻 (Graduate Student, Department of Mechanical Systems Engineering)

## 2. 計算方法

### 2.1 離散渦法による主流速度分布の算出

過去に開発された翼形状においては翼まわりの流速分布はすでに明らかにされているが、新たな形状の翼を考えた場合にはその速度分布を理論的に求めることは一般に無理である。そこで、比較的容易に流速分布を得る方法として離散渦法がある。これは解こうとする物体の輪郭を離散渦で置き換え、物体表面での滑りの条件から渦の強さを求め、流速分布を得るものである。

図1は離散渦法による翼周り流れの解析法を模式的に示している。翼の輪郭に特異点(循環渦)  $\gamma_j$  を密に配置して (N<sub>r</sub>) 分布させる。この場合、流れ場内の任意の点  $Z_p$  にこれらの循環によって誘起される速度は、次式となる。

$$V_p = \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{Z_p - Z_j} \quad (1)$$

ここで、 $Z_j$  は分布させた循環の複素座標であり、 $V_p$  は共役複素速度である。物体表面の渦点間の midpoint  $Z_R$  に参照点  $R$  を取り、そこでの誘起速度を考えると、それは物体に沿う方向となる。すなわち、

$$V_R = \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{Z_R - Z_j} \Rightarrow \text{Re}[\overline{V_R} \cdot n_R] = 0 \quad (2)$$

ここで、第2式の  $n_R$  は参照点における物体表面に垂直な方向の単位ベクトルであり、速度がそれと直交する条件を与えることになる。式(2)をすべての参照点に

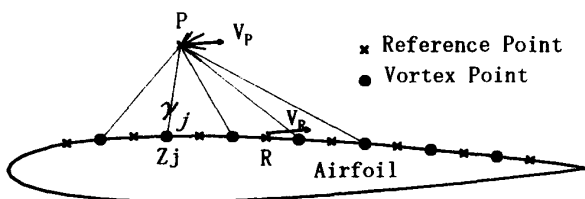


Fig. 1 Discrete vortex method

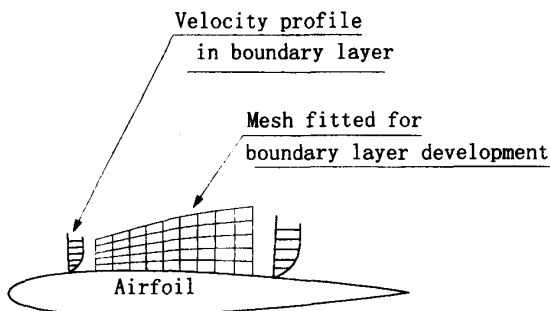


Fig. 2 Mesh array of boundary layer theory

ついて取り上げ、さらに、翼後縁における Kutta の条件から、それらを連立して解くことによって、循環分布  $\gamma_j$  を求める。

### 2.2 境界層理論による層流境界層の算出

物体近傍の流れは粘性の影響を大きく受けるために、一般にはナビエーストックスの方程式 (N-S 方程式) を解かなければならない。しかし、その領域が非常に薄い部分に限られる場合には、より簡便な境界層方程式によって求めることができる。N-S 方程式は楕円型の式であり境界値問題となるので、翼の下流で流動状況がはっきりとはしていない(特に非定常状態)ところでも境界条件を設定する必要がある。一方、境界層方程式は流れ方向に放物型となっており、初期値問題であるから翼前縁付近の境界層を与えることで、境界層の分布が求まることになる。このような境界層方程式は次式によって与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

ここで、 $x, u$  は物体表面に沿う方向の座標および速度であり、 $y, v$  はそれに垂直方向の座標、速度である。また、 $\nu$  は動粘性係数である。 $dp/dx$  は流れ方向の圧力勾配であり、境界層方程式では前節で求まる主流条件から定められる。境界層の厚さは前縁から発達するにしたがって大きく変化するので、精度を均一に保つために、図2のように流れに垂直方向の長さ尺度を境界層厚さとともに変化する局所座標を用いて解く。

前述のように境界層方程式は、流れ方向の長さ、速度に比較して境界層の厚み方向が極端に小さいとの前提を置いている。ところが、境界層がはく離するところでは壁に接するところで流れ方向速度が極端に小さ

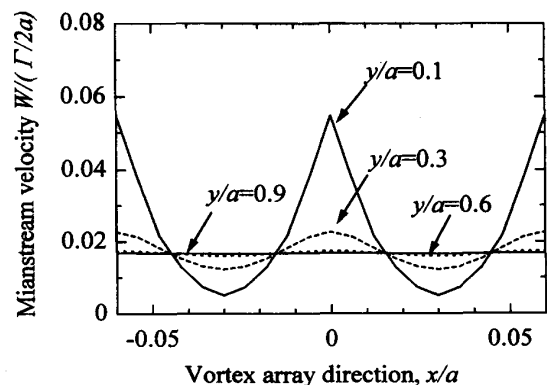


Fig. 3 Velocity distributions with infinite vortices

くなり垂直方向速度と同程度になる。このため境界層近似が成立しなくなり、解を求めることが難しくなる。そこで本解法ではこれを逆に利用して、このような境界層近似が成り立たない、すなわち境界層方程式が求まらないところの近傍で境界層がはく離していると考ええる。

### 3. 計算結果および考察

#### 3.1 主流速度分布の特性

離散渦法では、翼表面に渦を離散的に配置するために渦間隔による速度分布への影響を吟味する必要がある。簡単のため、等間隔で  $x$  方向に無限に配置された強さ  $\Gamma$  の点渦列によって誘起される速度 ( $U, V$ ) は次式で与えられる<sup>(7)</sup>。

$$U(x, y) = -\frac{\Gamma}{2a} \frac{\sinh(2\pi y/a)}{\cosh(2\pi y/a) - \cos(2\pi x/a)} \quad (4)$$

$$V(x, y) = +\frac{\Gamma}{2a} \frac{\sinh(2\pi x/a)}{\cosh(2\pi y/a) - \cos(2\pi x/a)}$$

ここで、 $a$  は渦点の間隔である。

図3は上式により求まる誘起速度の絶対値  $W = \sqrt{U^2 + V^2}$  の  $x$  方向の分布を、各  $y$  座標について示している。渦列に近い ( $y$  座標が小さい) 場合には、 $W$  は渦の真上でかなり大きくその中間点で小さい値を示している。渦点間隔が無限に小さく密に配置されている場合には、渦列からわずかに離れたところで一様な分布が得られる。したがって、図のような一様な速度分布から外れたひずんだ速度分布は離散化した渦によるものである。実際、 $y$  座標が大きい場合には振幅が次第に小さくなっている。このときの主流速度として、一様になったところでの流速を取るべきと思われる。

図4は渦列からの距離  $y$  に対する、分布速度の最大値と最小値の差 (速度のひずみ) を示している。図

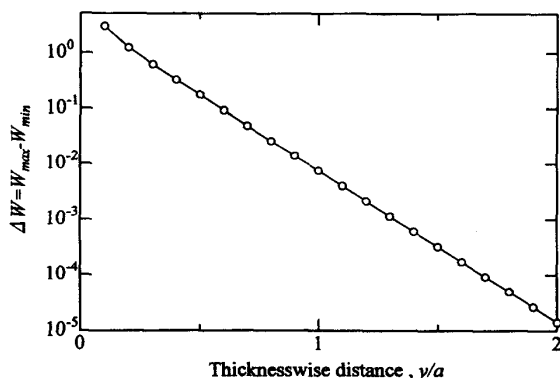


Fig. 4 Variation of velocity distortion with the distance from vortices

では、縦軸は対数を取っているため、距離が離れるにつれて急激にひずみが減少している様子がわかる。 $y$  方向距離が渦間隔と同程度であれば、ひずみが1%程度以下となり、ほぼ無視できることが分かる。

一方、同様のことを曲率のある面上についてあてはめると、 $y$  方向距離が大きくなると、物体形状とは異なる曲率の面の速度を見積もることになり (図5(a)参照) 正しい流速分布を求めることができない。この場合には、渦分布を密にすることによって (図5(b)参照)  $y$  方向距離を押さえることができ、物体形状に沿った速度分布を見積もることが可能であると考えられる。このことは、境界層のすぐ外側の流速分布を見積もる場合に、境界層厚さと同程度の渦間隔で渦配置を考える必要があることを意味している。翼前縁のように、曲率が大きく流れの変化が激しいところでは、渦の分布としてその程度を目安にする必要性を示している。

#### 3.2 翼形状の補間と主流速度分布

離散渦点を物体形状に分布させる場合、既知の翼形状でその関数が与えられ、流速分布も分かっている場合は問題無いが、形状の座標のみで分布関数がわからない場合には、座標データから形状を補間し離散渦点を配置することになる。図6は座標点データから補間した翼形状を表わしたものである。図中の白抜き○印と△印は翼形状のデータ点を示し、破線はスプライン

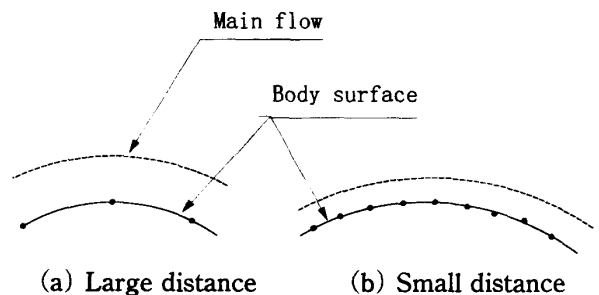


Fig. 5 Relationship between the vortex arrange and the main flow position

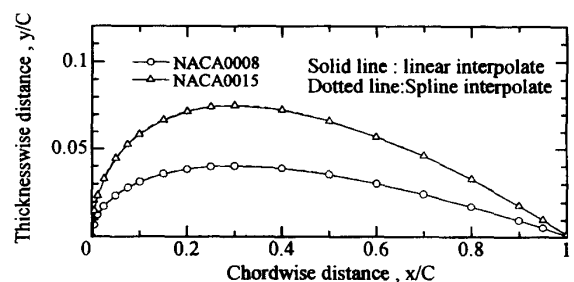


Fig. 6 Geometry of airfoils

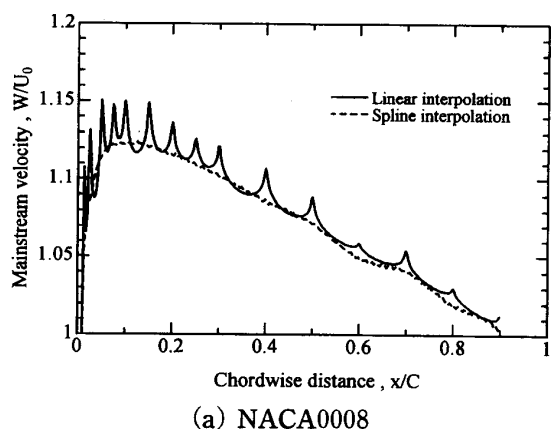
補間を実線は直線補間のものである。前縁付近の曲率が大きいところでは両者に多少の違いが見られるが、それ以外ではほとんど両者の違いは見られない。

図7は両者の補間形状に離散渦を配置した場合の主速度分布を示している。渦点は全体でおよそ500点を配置している。図(a)の NACA0008翼も図(b)の NACA0015翼もともに直線補間の場合には、不自然な多数のピークが現れている。一方、スプライン補間ではそのようなピークは見られず全体にわたって滑らかな分布をしている。両者の形状の違いは、前図のように前縁を除きほとんど違いが見られない。しかしながら、流速分布には直線補間において特異な性質を示している。これは次のように考えられる。図8には直線補間とスプライン補間との渦列の配置の違いを模式的に示している。直線補間では、直線上に渦点を何個か配置するために、この部分の流れの方向が変化しないように渦の強さが決定される。それが、固定点で次の直線へ移るときに急に流れの方向を変えることになる。このことで、流れの変化が固定点に集中することになるのである。一方、スプライン補間では形状変化

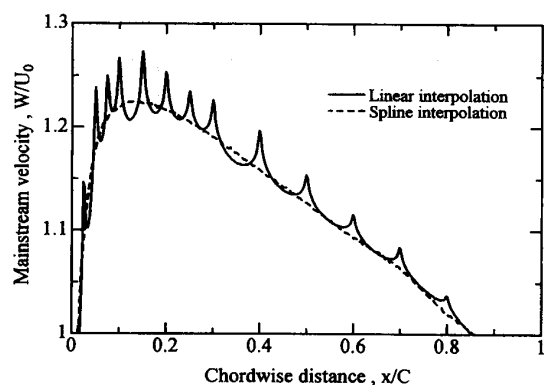
が滑らかであるため、流れの変化が集中することではなく、滑らかな分布が得られるのである。また、ポテンシャル理論によると、流れが物体に沿っていることは物体形状が1つの流線を表わすことになる。このことは複素ポテンシャルを指定することとなり、複素速度はその勾配となる。したがって、直線補間のように形状が急に变化する場合にはそこで勾配が不連続となり、流速分布の不自然な変化を引き起こす。一方、スプライン補間は形状の1次微分が連続となるような補間であるために、ポテンシャルの勾配も連続的に変化するのである。このことから、形状分布では両者にほとんど違いが見られないものの、流速分布に大きな違いが生じることは注意すべきである。

### 3.3 境界層の発達状態

図9は、流れ方向の刻み幅に対する境界層厚さの流れ方向分布を示している。図(a)は NACA0008翼であり、図(b)は NACA0015翼であるが、ともにいずれの刻み幅でも境界層厚さの増加の様子に違いは見られない。これは厚翼、薄翼とも同じである。ただ、もっとも粗いものは全体に幾分厚みが小さくなっているが、これは初期境界層厚さの分布の設定の問題である。したがって、境界層はく離がないような場合には境界層計算における流れ方向の刻みの大きさはあまり問題にならない。一方、図中で厚みが急にゼロにステップ状に変化しているところが見られる。これは、境界層計算がこの位置から収束しなくなることを示すものであり、この付近ではく離が生じていると判断できる。この位置は、境界層厚さの分布とは異なり、刻み幅によって異なっている。刻み幅を小さくして1/400程度までにするとはく離位置が落ちていくが、粗いときには精度よくその位置を見積もることが困難である。このことから、はく離を伴う境界層の計算においては、流れ方向の刻み幅はかなり小さくする必要があることが分かる。



(a) NACA0008



(b) NACA0015

Fig. 7 Comparison of the mainstream velocity in relation to the geometry interpolation

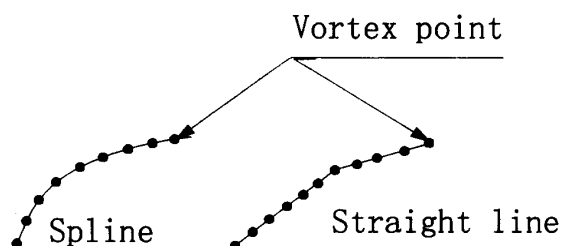
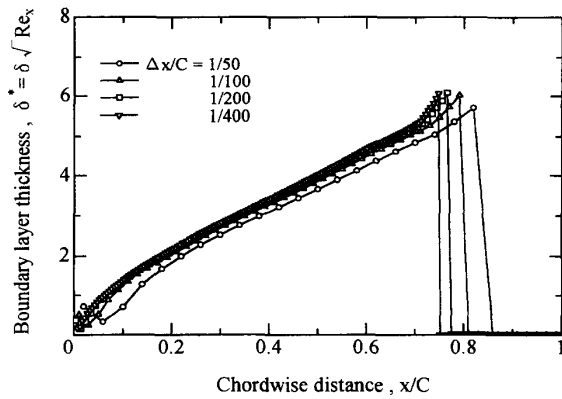


Fig. 8 Difference of the vortex array with the geometry interpolation

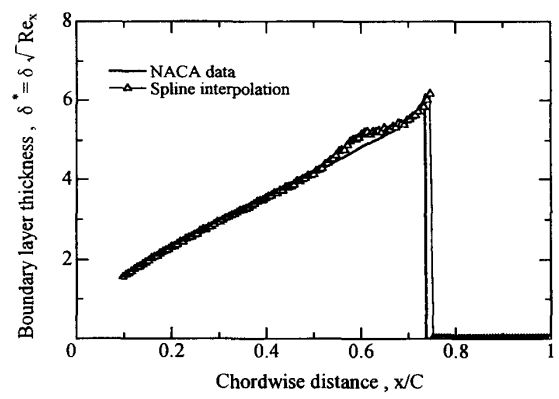
図10は刻み幅を1/500として計算した、NACA0008翼とNACA0015翼のそれぞれの境界層厚さの分布を示している。それぞれはく離が、図(a)では0.7~0.8で、また図(b)では0.4~0.5で生じている。このはく離位置は図11に示す可視化実験の結果<sup>(6)</sup>と比較すると、良好な結果となっていることがわかる。

図12はNACA0008翼のレイノルズ数によるはく離

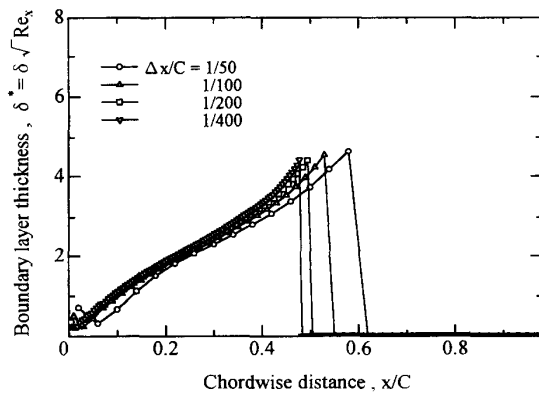
状態の違いを示している。主流速度分布は右座標目盛りであるが、形状変化が小さい部分においてもレイノルズ数で多少分布が異なっていることが分かる。この場合の境界層厚さの変化が左座標目盛りに示されている。この場合、はく離位置が大きく変化しており、このような形状変化が少ない薄翼においては、流速分布の多少の変化がはく離位置を大きく変えることは注意



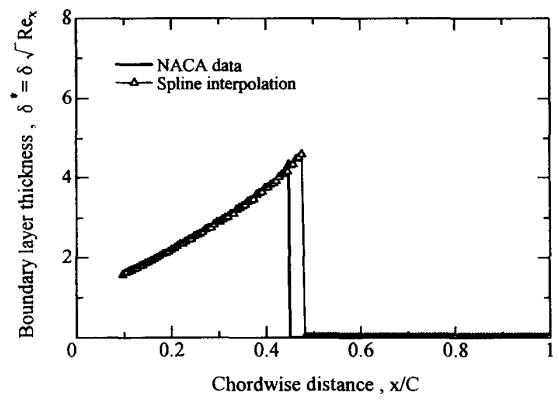
(a) NACA0008



(a) NACA0008



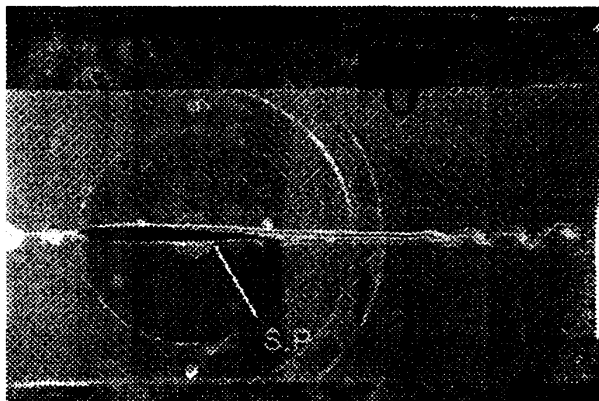
(b) NACA0015



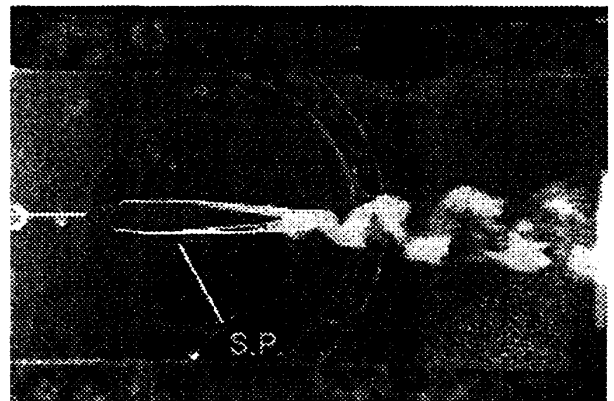
(b) NACA0015

Fig. 9 Difference of boundary layer thickness with streamwise mesh size

Fig. 10 Variation of the boundary layer thickness



(a) NACA0008



(b) NACA0015

Fig. 11 Flow visualization

を必要とする。

図13は NACA0015翼のレイノルズ数による変化を示している。この場合は、主流速度が前図のような違いが見られず両レイノルズ数ではほぼ同じ分布をしている。また、はく離位置もレイノルズ数でほとんど変わらない。この翼の場合は、翼形状の変化が大きく境界層の影響を受け難いことを示している。

以上のように、境界層分布はレイノルズ数によって、その影響が異なるため、特に形状変化が小さいあるいは微妙な形状の翼では十分吟味することが重要である。

#### 4. 結 論

翼型翼に発達する層流境界層について、境界層方程式と離散渦法により、その発達状況とはく離の様子を調べた。その結果、以下の結論を得た。

- 1) 離散渦の分布に対して、主流速度を的確に見積もるためには渦列面から渦間隔と同程度離れた距離の速度を取る必要がある。このことは、離散渦を非常に密に取る必要性を示す。
- 2) 離散渦法で物体形状に渦を配置させる場合、形状の補間にその勾配が連続的になるような分布関数によって行う必要がある。
- 3) 層流境界層のはく離を取り扱う場合には、流れ方向の刻み幅は  $1/500$  程度にかなり密に取る必要がある。
- 4) 境界層方程式の発散によって、境界層のはく離位置を比較的良好に得ることができる。
- 5) 境界層のはく離についてレイノルズ数によるその変化が本解法によって良好に再現できた。

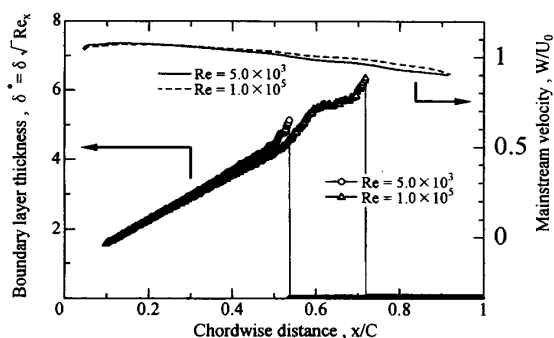


Fig.12 Comparison of mainstream velocity and boundary layer thickness with Reynolds number in NACA0008

#### 文 献

1. 児玉, 他 3 名, 二重反転式軸流送風機の流体力学的特性と騒音特性に関する実験的研究 (第 1 報, 軸間距離, 電動機の支持形態の影響), 日本機械学会論文集, 24-43, pp.163-171 (1994)
2. 児玉, 他 3 名, スクロールレス遠心送風機の騒音に関する研究 (羽根車前縁と口金壁面間の距離, ベルマウス出口および口金すきまの影響), 日本機械学会論文集, 63-613, pp.3025-3032 (1997)
3. 児玉, 他 3 名, 二重反転式軸流送風機の流体力学的特性と騒音特性に関する実験的研究 (第 2 報, 動翼枚数の組合せ, ソリディティおよび翼先端すきまの影響), 日本機械学会論文集, 60-576, pp.2772-2779 (1994)
4. 生井, 井上, ターボ送風機と圧縮機, コロナ社, (1988)
5. 林, 他 3 名, NACA 翼形における後流渦形成と離散周波数騒音の関係に関する実験的研究, 日本機械学会論文集, 61-586, pp.2109-2114 (1995)
6. 林, 他 3 名, 対称翼から発生する後流放出渦と離散周波数騒音について, 可視化情報学会誌, 19-72, pp.42-47 (1999)
7. 今井, 橋本 訳, ラム 流体力学 1, 東京図書, pp.239 (1978)

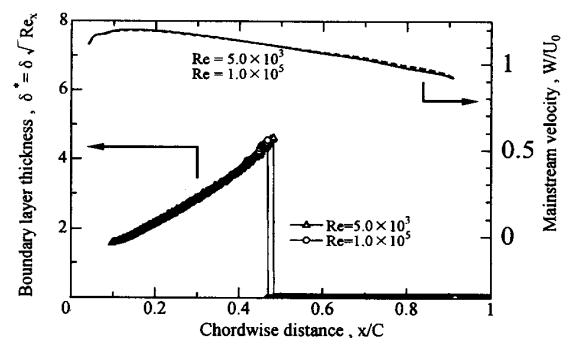


Fig.13 Comparison of mainstream velocity and boundary layer thickness with Reynolds number in NACA0015